

1 Équations du 2^e degré.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $2x^2 - 3x - 5 = 0$.
2. $x^2 - 5x + 2 = 0$.
3. $x^2 - 2x + 6 = 0$.
4. $x^2 - 6x + 9 = 0$.
5. $x(x - 3) = 2(x - 1)$.
6. $(x - 2)(x + 3) = (x - 2)(4x + 1)$.

2 Équations avec changements de variable.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$.
2. $x^4 + 3x^2 + 2 = 0$.
3. $4x^4 + 4x^2 - 3 = 0$.
4. $x - 3\sqrt{x} - 4 = 0$.



3 Chercher l'erreur.

Il y a une erreur dans la suite d'enchaînements ci-dessous. À quel endroit et pourquoi ?

Je pars de $x = 1$.

J'élève les deux membres au carré : $x^2 = 1$.

Je change de membre : $x^2 - 1 = 0$.

Je factorise : $(x + 1)(x - 1) = 0$.

Je divise par $x - 1$: $\frac{(x + 1)(x - 1)}{x - 1} = \frac{0}{x - 1}$.

Je simplifie l'équation : $x + 1 = 0$.

J'obtiens finalement : $x = -1$.

Conclusion : J'ai prouvé que $-1 = 1$.

4 Équations avec des fractions rationnelles.

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1. $\frac{x-2}{x-3} = x-1$.
2. $\frac{x^2-x}{x-1} = 2x+3$.
3. $\frac{1}{x} = \frac{1}{x^2}$.

5 Équations avec des racines carrées.

Exercice plus difficile

Résoudre dans l'ensemble des réels :

1. $\sqrt{x} = x-2$.
2. $\sqrt{x-3} = -x+5$.
3. $\sqrt{x+3} = x-4$.
4. $\sqrt{x-1} = x$.



6 Équations avec des "racines évidentes".

1. On considère l'équation $2x^3 - 13x^2 + 5x + 6 = 0$ (E_1)
 - (a) Montrer que le nombre 1 est racine de (E_1).
 - (b) Déterminer trois réels a , b et c tels que : $2x^3 - 13x^2 + 5x + 6 = (x-1)(ax^2 + bx + c)$.
 - (c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E_1)
2. Après avoir déterminé une racine évidente, résoudre les équations suivantes :
 - (a) $6x^3 + 25x^2 + 21x - 10 = 0$ (E_2).
 - (b) $x^3 - x^2 - 4x - 6 = 0$ (E_3).
 - (c) $x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 8x + 4 = 0$ (E_4). (Il faut trouver deux racines évidentes)

7 Étude du signe d'une expression

Méthodes

- Si c'est une expression affine, je résous une inéquation.
- Si c'est un polynôme du second degré, je détermine les racines et j'applique la règle du signe du trinôme.
- Si c'est un polynôme de degré supérieur ou égal à 3 ou bien une fraction rationnelle, je fais un tableau de signes.
- Attention : Une résolution d'équation ne peut, en aucun cas, justifier le signe d'une expression.

Déterminer le signe des expressions suivantes :

1. $A(x) = 2x - 3$.
2. $B(x) = -\frac{1}{2}x - \frac{7}{3}$.
3. $C(x) = x(x + 3)$.
4. $D(x) = 4 - x^2$.
5. $E(x) = x^2 - 3x + 4$.
6. $F(x) = 6x^3 + 25x^2 + 21x - 10$.
7. $G(x) = \frac{(x-5)(x+1)}{x-2}$.
8. $H(x) = \frac{x^2+1}{1-x^2}$.
9. $I(x) = x^4 - 7x^2 + 12$.



L'exercice suivant faisant la synthèse du chapitre, il n'y a aucune explication dans le corrigé, uniquement les réponses. À vous de bien choisir les méthodes à appliquer.

8 Résolution d'inéquations

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1. $-x + 5 \geq 8$.
2. $2(x + 2) > 5x + 6$.
3. $2x(x + 2) > 5x + 6$.
4. $\frac{x}{x^2 - 1} \geq 0$.
5. $\frac{x}{(x - 1)^2} \geq 0$.
6. $x^3 + 3x^2 - 7x - 21 \leq 0$.
7. $\frac{x - 2}{2x + 1} \geq x + 4$.
8. $\frac{x}{x - 2} \geq -x + 4$.

Aide

Exercice n°1:

- On utilise bien sûr le discriminant.
- Pour la 5^e équation, il faut d'abord écrire l'équation sous la forme $ax^2 + bx + c = 0$.
- Pour la 6^e équation, vous pouvez utiliser le cours de collège, ou le cours de première.

Exercice n°2:

- Les trois premières sont des équations bicarrées, c'est à dire que l'inconnue est à la puissance 4, 2 et 0. Je pose donc $X = x^2$ et je me ramène à une équation du second degré dont l'inconnue est X .
Je ne dois pas oublier à la fin de donner les solutions de l'équation de départ.
- Pour la dernière, je dois poser $X = \sqrt{x}$. (Bien sûr x doit être positif)

Exercice n°4:

Il faut d'abord exclure les valeurs qui annulent le dénominateur, puis se ramener à une équation de la forme $ax^2 + bx + c = 0$.

Exercice n°5:

- La relation $a = b \Leftrightarrow a^2 = b^2$ n'est pas vraie si les deux nombres sont de signes contraires.
- Pour que l'équation : $\sqrt{x} = x - 2$ soit vérifiée, il faut que $x \geq 0$.
- Si l'on met cette équation au carré, l'ensemble des solutions sera-t-il inchangé ?

Exercice n°6:

Pour déterminer des racines évidentes, on peut :

1. Remplacer l'inconnue par des valeurs entières de x comprises entre -5 et 5 et trouver celle(s) qui annule(nt) le polynôme.
2. Tracer la courbe représentative du polynôme puis regarder les abscisses des points d'intersection avec l'axe des abscisses.
3. Apprendre à utiliser sa calculatrice (ex : G-solv-Root dans le menu Graph ou le menu Equa sur Casio)

